Ausbildungsberuf **KonstruktionsmechanikerIn**

Einsatzgebiet/e: Metallbau
Schiffbau
Schweißen

Projekt **Gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche**

Lösungsvorschläge

Lernfeld/er:

Inhalt/e

Technische Kommunikation / Fertigungstechnik

- Merkmale der geraden Pyramide mit quadratischer Grundfläche
- Vorderansicht und Draufsicht einer Pyramide zeichnen einschl. Bemaßung
- Zeichnung/en erstellen mit AutoCAD

Fertigungs- / Montagetechnik

- Grafische Bestimmung der Schmiegenwinkel der Kanten
- Fertigung und Montage der Pyramide
- Abwicklung der Pyramide
- Modell anfertigen

Technische Mathematik

- Geometrische Größen für die Pyramide berechnen (Tabellenbuch) (Mantelhöhe, Kantenlänge, Blechbedarf, Volumen)
- Arbeiten mit einem Programm (Excel) zur Berechnung der Knickwinkel

07. Juni 2008
Entwurf: rth

Arbeitsgruppe:

KM 07U

Abgabe der Arbeitsmappe: 26. Juni 2008

Aufgabe 1

Vgl. Anlage und „Tabellenbuch Metall“ (VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL))

Beschreiben Sie die Form einer geraden Pyramide mit quadratischer Grundfläche und nennen Sie die bestimmenden geometrischen Größen.

Lösungsvorschlag:

Gleitet ein von einem festen Punkt *S* des Raumes ausgehender Strahl an den Begrenzungslinien eines ebenen *n*-Ecks (*n* = 3, 4, ...) entlang, in dessen Ebene der Ursprung *S* des Strahls nicht liegt, so beschreibt der gleitende Strahl eine Pyramidenfläche. Die Strahlen nach den Ecken des *n*-Ecks sind Kanten der Pyramidenfläche.

Das *n*-Eck schließt zusammen mit dem zwischen ihm und dem Punkt *S* liegenden Teil der Pyramidenfläche einen vollständig begrenzten Raum ein; dieser geometrische Körper wird Pyramide genannt.

Das *n*-Eck heißt *Grundfläche*, der Punkt *S Spitze*, der zum Körper gehörende Teil der Pyramidenfläche *Mantel der Pyramide*. Die Kantenabschnitte der Pyramidenfläche, die zwischen den Ecken der Grundfläche und der Spitze *S* liegen, heißen *Seitenkanten* der Pyramide, im Unterschied zu den *Grundkanten*, die den Seiten der Grundfläche entsprechen. Die *n*-seitige Pyramide hat *n* Seitenkanten und *n* Grundkanten, insgesamt also 2*n* Kanten, sowie *n* Dreiecke als *Seitenflächen*. Die in den Seitenflächen von beliebigen Punkten der Grundkanten nach der Spitze *S* verlaufenden Geraden heißen *Mantellinien* der Pyramide.

Unter der *Höhe* einer Pyramide versteht man den Abstand zwischen Spitze und Grundflächenebene, der meist durch das von der Spitze auf die Grundflächenebene gefällte Lot dargestellt wird. Es durchstößt die Grundflächenebene im Höhenfußpunkt *S*’. Dieser und damit die Höhe können auch außerhalb der Grundfläche bzw. der Pyramide liegen.

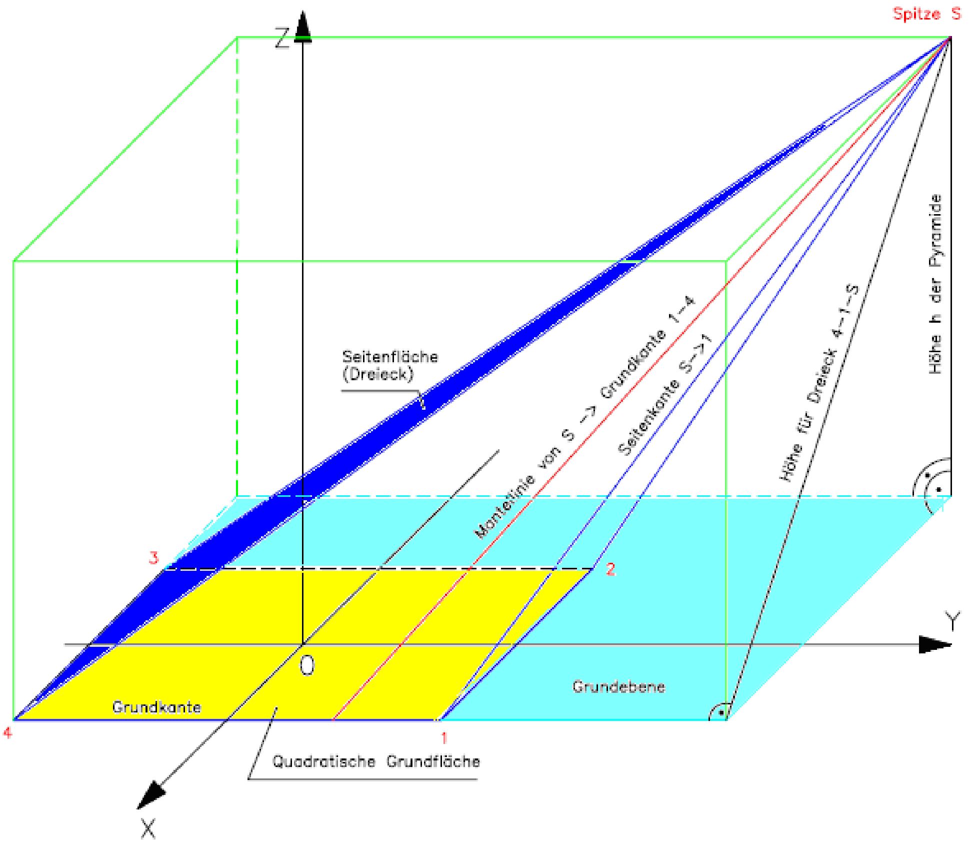


Abb.: Schiefe Pyramide mit quadratischer Grundfläche - Bezeichnungen

Die Grundfläche einer *regelmäßigen Pyramide* ist ein regelmäßiges *n*-Eck; fällt der Höhenfußpunkt mit dem Mittelpunkt der Grundfläche zusammen, so heißt die Pyramide *gerade*, alle anderen Pyramiden-formen heißen *schief*. Die Seitenflächen von regelmäßigen geraden Pyramiden sind kongruente gleichschenklige Dreiecke. Die Höhe einer geraden Pyramide ist zugleich ihre *Achse*, jeder die Achse enthaltene ebene Schnitt durch die Pyramide ein *Achsenschnitt*.

Eine gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche ist eine Pyramide mit einem Quadrat als Grundfläche. Die Spitze dieser Pyramide liegt in der Höhe h über (unter) dem Mittelpunkt des Quadrats. Sie hat 8 Kanten, 4 kongruente gleichschenklige Dreiecke und 5 Ecken.

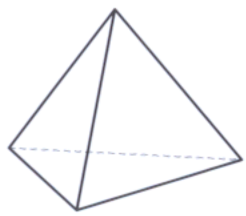
Aufgabe 2

Informieren Sie sich über weitere – auch „geschnittene“ - Formen der Pyramide (Literatur, Internet, ...). Stellen Sie diese in einem Dokument (Power-Point-Präsentation, Fotomontage, ...) mit Benennung zusammen.

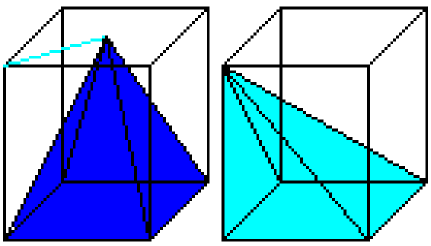
Lösungsvorschlag:

Tetraeder

Das (regelmäßige) Tetraeder ist eine Pyramide, deren Grund- und Seitenflächen gleichseitige Dreiecke sind.



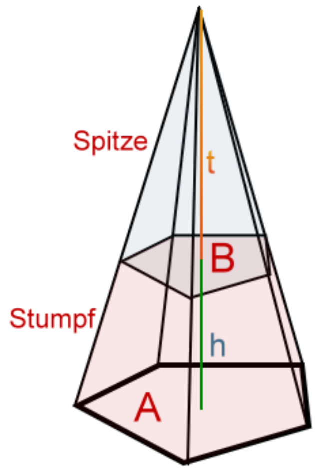
Gerade / Schiefe Pyramide
mit quadratischer Grundfläche



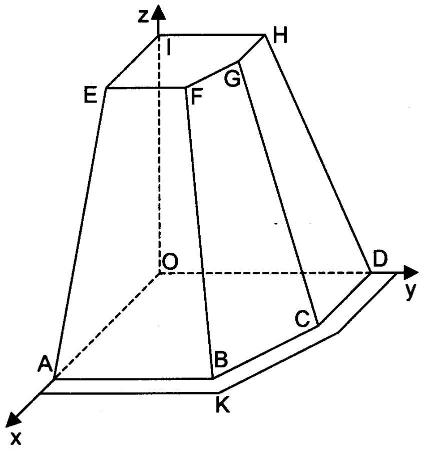
Gerade Schiefe
Pyramide

Pyramidenstumpf

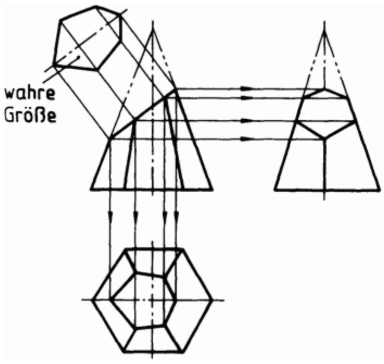
Ein Pyramidenstumpf entsteht, wenn durch eine Ebene parallel zur Grundfläche einer Pyramide von ihr die Ergänzungspyramide abgeschnitten wird.



Schiefer Pyramidenstumpf



Schräg geschnittene gerade Pyramide mit 6-eckiger Grundfläche



Aufgabe 3

Nennen Sie Bauteile am Schiff, bei denen die Pyramide als Grundform der Konstruktion in Erscheinung tritt.

Lösungsvorschlag:

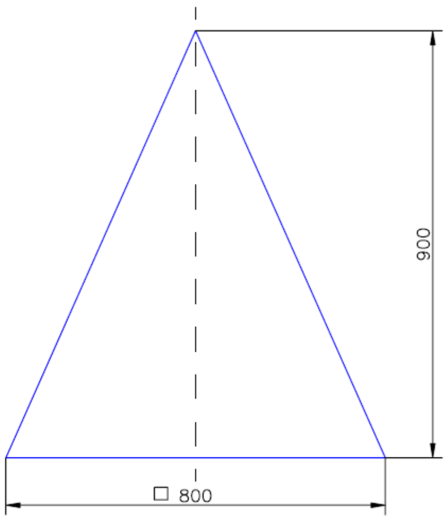
Bilder (Fotos, Skizzen) einfügen;
hier: Schnappschüsse am 18.06.2008 in den Bremerhavener Häfen.

Aufgabe 4

Zeichnen Sie die Vorder- und Draufsicht der skizzierten geraden Pyramide mit quadratischer Grundfläche im Maßstab 1:10 (1:5). Die VA ist wie in der Skizze dargestellt zu zeichnen.

Speichern Sie Ihre Zeichnung mit dem Dateinamen KM07U_Pyramide1_*NV*[1]

Löser: vgl. Anlage Zeichnung 1



[1] *NV* steht für die Anfangsbuchstaben Ihres Nach- und Vornamens.

Aufgabe 5

Zeichnen Sie die Vorder- und Draufsicht der skizzierten Pyramide im Maßstab 1:10 (1:5) so, dass DS und VA gegenüber der ersten Zeichnung um 45° gedreht dargestellt wird.

Speichern Sie Ihre Zeichnung mit dem Dateinamen KM07U_Pyramide2_*NV*

Löser: vgl. Anlage Zeichnung 2

Aufgabe 6

Berechnen Sie die Kantenlänge der Pyramide und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der entsprechenden Kante in der Zeichnung 2. Tragen Sie Rechnung und Ergebnis handschriftlich in den Ausdruck der Zeichnung 2 ein.

Sind die Daten gleich?

Lösungsvorschlag:
Berechnung der Kantenlänge:

$$l_1 = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{2 \cdot \frac{a^2}{4} + h^2}$$

$$= \sqrt{\frac{a^2}{2} + h^2}$$

$$= \sqrt{\frac{(800\ mm)^2}{2} + (900\ mm)^2} = 1063{,}0145...\ mm$$

$$\underline{\underline{\approx 1063{,}0\ mm}}$$

Der berechnete Wert ist gleich dem in der Zeichnung mit AutoCAD ermittelten Maß.

Aufgabe 7

Zeichnen Sie die Abwicklung für die Pyramide.

Speichern Sie diese Zeichnung mit dem Dateinamen KM07U_Pyramide3_*NV*

Löser: vgl. Anlage Zeichnung 3

Aufgabe 8

Fertigen Sie ein Modell der Pyramide aus Papier (besser: feste Pappe) an.

Lösungsvorschlag: Papiermodell M 1:10 (Foto: U. Rath).

Aufgabe 9

Grafische Bestimmung der Knickschmiege: Lehrerhinweise beachten

Löser: vgl. Anlage Zeichnung 4

Rechnung entspr. Anlage 2 Aufgabenstellung

$$\begin{aligned}\beta &= 2 \cdot \arctan \frac{\sqrt{\frac{a^2}{2} + h^2}}{h} \\ &= 2 \cdot \arctan \frac{\sqrt{\frac{(800\,mm)^2}{2} + (900\,mm)^2}}{900\,mm} \\ &= 2 \cdot \arctan 1{,}1811... = 2 \cdot 49{,}7471...° \\ &\underline{\underline{\approx 99{,}5°}}\end{aligned}$$

Aufgabe 10

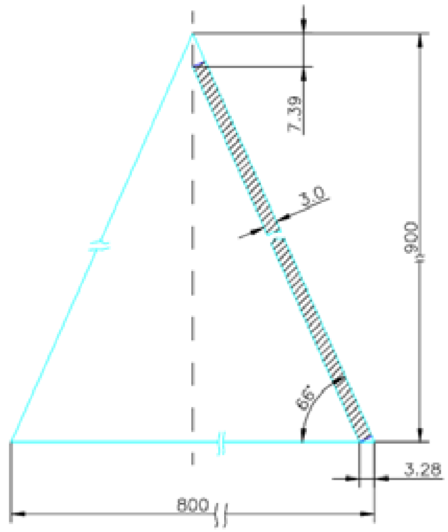
Überlegen und entscheiden Sie, wie Sie die Pyramide in der Praxis fertigen und montieren würden (Annahme: Werkstoff: unlegierter Baustahl, Dicke: 3 mm).

Lösungsvorschlag:

1. Berücksichtigung der Blechstärke *t* = 3 mm:

Winkel α:

$$\alpha = \arctan\frac{h}{\frac{a}{2}} = \arctan\frac{2\cdot h}{a}$$
$$= \arctan\frac{2\cdot 900\ mm}{800\ mm}$$
$$= 66{,}03751...°$$
$$\approx 66{,}0375°$$



Schnitt des Mantels der Pyramide

Berechnung Δa

$$\sin\alpha = \frac{t}{\Delta a}$$
$$\Delta a = \frac{t}{\sin\alpha} = \frac{3\ mm}{\sin 66{,}0375°} = 3{,}2829...\ mm$$
$$\approx 3{,}3\ mm$$

Berechnung Δh

$$\cos\alpha = \frac{t}{\Delta h}$$
$$\Delta h = \frac{t}{\cos\alpha} = \frac{3\ mm}{\cos 66{,}0375°} = 7{,}3866...\ mm$$
$$\approx 7{,}4\ mm$$

Für die Abwicklung gewählt:
Seitenlänge a’: 800 mm – 2 * 3,3 mm = 793,4 mm
Kantenlänge l_1’: 1054,3 mm

2. Planung für die Fertigung:

Die Pyramide wird aus 2 spiegelgleichen Teilen gefertigt, die jeweils 1 mal gebogen („geknickt“) werden müssen (Öffnungswinkel 99,5° bzw. Biegewinkel 80,5°).

Kleinster zulässiger Biegeradius für das Kaltbiegen von Stahl (R_m bis 390 N/mm²; 2,5 mm < *t* <= 3 mm): *r* = 3 mm. In der Praxis entspricht das einem scharfkantigen Knick. Die Abwicklung kann über die Innenmaße vorgenommen werden.

Die beiden Teile sind dann an zwei Kanten zu verschweißen.

3. Abwicklung, Anreißen und Brennschneiden

Abwicklung entspr. Aufg. 7 unter Berücksichtigung Punkt 10.1.
Aufreißen vgl. Zeichnung 7.

Pos. 1 und Pos. 2 ausbrennen. Thermisches Trennen – Laserstrahlschneiden.

4. Montage

- Auf einer ebenen Fläche Quadrat für die Grundfläche 800 mm x 800 mm aufschnüren.
- Diagonalen des Quadrats aufschnüren.
- Pos. 1 aufstellen und an den Grundkanten ausrichten.
- Lot von Spitze S auf die Grundfläche fällen. Pos. 1 so ausrichten, dass das Lot auf den Schnittpunkt der Diagonalen zeigt. Pos. 1 gegen Verrutschen sichern und Lot entfernen.
- Pos. 2 auf die Grundfläche stellen und an den Grundkanten ausrichten.
- Die Kanten und Spitzen von Pos. 1 und Pos.2 ausrichten.
- Kanten heften.
- Kanten schweißen: MAG, Kehlnaht a = 4 mm

Aufgabe 11

Hinweis: Benutzen Sie bei der Lösung der folgenden Aufgaben auch die Möglichkeiten von AutCAD.

Berechnen Sie die geometrischen Größen für die Pyramide (Kantenlänge wurde bereits in Aufg. 6 berechnet und die Knickschmiege in Aufg. 9 ermittelt): Mantelhöhe, Kantenlänge, Blechbedarf, Volumen.

Berechnen Sie entspr. Ihrer Lösung zu Aufg. 10 den Blechbedarf, Verschnitt, die Brenn-schnittlänge, Schweißzeit, ...

Lösungsvorschläge:

Größe	Papierpyramide (Blechdicke nicht berücksichtigt)	Blechpyramide
Mantelhöhe h_S	$h_S = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}$ $= \sqrt{(900\ mm)^2 + \frac{(800\ mm)^2}{4}}$ $\approx 984{,}8858\ mm$	$h'_S = \sqrt{h'^2 + \frac{a'^2}{4}}$ $= \sqrt{(892{,}6\ mm)^2 + \frac{(793{,}4\ mm)^2}{4}}$ $\approx 976{,}7833\ mm$
Blechbedarf	$A_M = 4 \cdot \frac{h_S \cdot a}{2}$ $= 2 \cdot h_S \cdot a$ $\approx 2 \cdot 0{,}985\ m \cdot 0{,}8\ m$ $\approx 1{,}576\ m^2$	$A'_M = 4 \cdot \frac{h'_S \cdot a'}{2}$ $= 2 \cdot h'_S \cdot a'$ $\approx 2 \cdot 0{,}977\ m \cdot 0{,}793\ m$ $\approx 1{,}550\ m^2$ Anm.: Dieser Wert wurde auch mit AutoCAD ermittelt.
Verschnitt		$p = \frac{A_{Rechteck} - A'_M}{A_{Rechteck}} = 1 - \frac{A'_M}{A_{Rechteck}}$ $= 1 - \frac{1{,}550 m^2}{2{,}18 m \cdot 1{,}1 m} = 1 - 0{,}64637...$ $\approx 0{,}3536...$ $\approx 35{,}4\%$

Größe	Papierpyramide (Blechdicke nicht berücksichtigt)	Blechpyramide
Masse ohne Schweißnähte	$m = V \cdot \rho$ $= A \cdot t \cdot \rho$ $= 157{,}6\ dm^2 \cdot 0{,}03\ dm \cdot 7{,}85 \frac{kg}{dm^3}$ $\approx 37{,}11\ kg$	$m' = V' \cdot \rho$ $= A' \cdot t \cdot \rho$ $= 155{,}0\ dm^2 \cdot 0{,}03\ dm \cdot 7{,}85 \frac{kg}{dm^3}$ $\approx 36{,}50\ kg$
Volumen (Außenmaße)	$V = \frac{A_{Grundfläche} \cdot h}{3}$ $= \frac{a^2 \cdot h}{3}$ $= \frac{(8\ dm)^2 \cdot 9\ dm}{3}$ $= 192\ dm^3$	
Brennschnittlänge und Schneidzeit Laserstrahl-schneiden: Laserleistung 1 kW Schneidgas: O_2		$l_{Br.-Schnitt} = 4 \cdot l'_1 + 4 \cdot a'$ $= 4 \cdot (l'_1 + a')$ $= 4 \cdot (1054.3 + 793{,}4)\ mm$ $= 7390{,}4\ mm$ Anm.: Dieser Wert wurde auch mit AutoCAD ermittelt. $t = 7{,}3904 m \cdot \frac{1}{3{,}5 \frac{m}{\min}}$ $\approx 2{,}112 \min$
Schweißnahtlänge und Schweißzeit MAG-Schweißen Schutzgas: DIN 32 526 – M21 Schweißzusatz: Drahtelektrode DIN 8559 – SG2		$l_{Schweißnaht} = 2 \cdot l'_1$ $= 2 \cdot 1054{,}3\ mm$ $\approx 2109\ mm$ $t = 2{,}109\ m \cdot 2{,}1 \frac{\min}{m}$ $\approx 4{,}43 \min$

Aufgabe 12

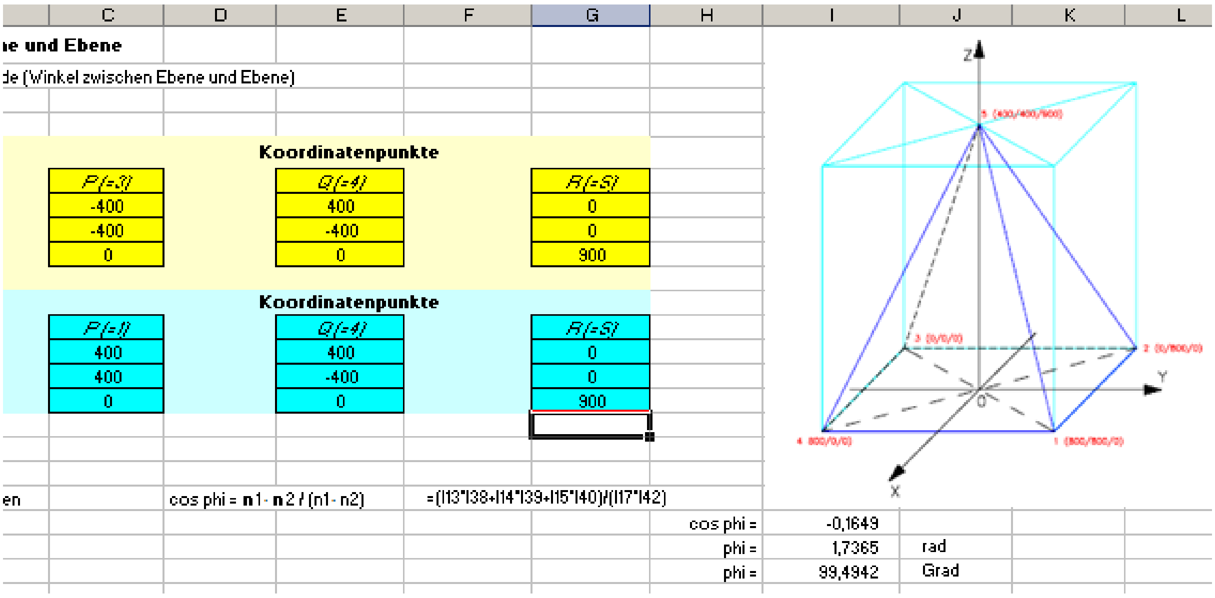
Ermittlung der Knickschmiege mit Hilfe eines Programms:
(hier: www.uwe-rath.de -> Unterrichtshilfen für Konstr.-Mechaniker -> Projekte -> Projekt „Gerade Pyramide ...“ -> „Rechn. Best. Schmiege“)

- Skizzieren Sie die isometrische Darstellung der Pyramide.
- Kennzeichnen Sie die Eckpunkte.
- Fügen Sie ein dreidimensionales Koordinatensystem hinzu mit einer sinnvollen Wahl des Koordinatennullpunkts.

- Für den weiteren Verlauf: Lehrerhinweise beachten

Lösung:

Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt aus dem o.g. Excel-Programm. Als Ergebnis für den Öffnungswinkel wird auch hier der Wert 99,4942° berechnet.



Aufgabe 13

Beschreiben Sie die Schritte zur grafischen Bestimmung der Knickschmiege. Wie kann man das Verfahren optimieren.

Lösungsvorschlag:

Vgl. Zeichnung Nr. 4 und 5

Beschreibung siehe
www.uwe-rath.de -> Unterrichtshilfen für Konstr.-Mechaniker -> Übungen „Übergangsstück“ – „Graf. Best. Knickschmiege“

Der optimale Lösungsweg für eine gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche ist in der Anlage 2 des Aufgabenheftes dargestellt.