Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

2.3	Ein Schiff hat mit einer Ladung von 17000 t seine Tragfähigkeit erreicht. Das Wasser steht bis zu der außenbords angebrachten Lademarke. Um wie viel Meter hebt sich die Lademarke bei völliger Entladung? *Anmerkung:* Das Schiff wird in der Draufsicht als Rechteck angenommen (Länge L = 140 m, Breite B = 17 m). Von einer Veränderung des Querschnitts durch unterschiedliche Eintauchtiefe soll abgesehen werden. Dichte des Seewassers: $\rho_{Seewasser}$ = 1,025 t/m³).

$$\begin{aligned}
\Delta F_{g_Ladung} &= \Delta F_{Auftrieb} \\
&= \Delta F_{g_Flüssigkeit,verdrängt} \\
\Delta F_{g_Flüssigkeit,verdrängt} &= \Delta F_{g_Ladung} \\
\Delta m_{Flüssigkeit,verdrängt} \cdot g &= m_{Ladung} \cdot g \\
\Delta V_{Flüssigkeit,verdrängt} \cdot \rho_{Flüssigkeit} &= m_{Ladung} \\
L \cdot B \cdot \Delta T \cdot \rho_{Flüssigkeit} &= m_{Ladung}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta T &= \frac{m_{Ladung}}{L \cdot B \cdot \rho_{Flüssigkeit}} \\
&= \frac{17000\,t}{140\,m \cdot 17\,m \cdot 1{,}025\frac{t}{m^3}} \\
&= 6{,}9686...\,m \\
&\approx \underline{\underline{6{,}969\,m}}
\end{aligned}$$

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

2.2

Wie groß muss die Wandstärke *s* eines hohlen Blechwürfels aus Stahl mit der Kantenlänge *a* = 200 mm sein, damit dieser in Wasser schwimmend zur Hälfte eintaucht?

Anmerkung:
Bei der Berechnung des Volumens kann näherungsweise $V = 6\,a^2\,s$ gesetzt werden.

Schätzen Sie die Größe des gemachten Fehlers hinsichtlich des tatsächlichen Blechvolumens ab.

1. Schritt: Gewichtskraft des Stahlwürfels

$$\begin{aligned} F_{g\_Würfel} &= V_{Würfel} \cdot \rho_{St} \cdot g \\ &= 6 \cdot a^2 \cdot s \cdot \rho_{St} \cdot g \end{aligned}$$

2. Schritt: Auftriebskraft und geometrische Daten des Stahlwürfels

$$\begin{aligned} F_{Auftriebskraft} &= F_{g\_Flüssigkeit,verdrängt} \\ &= V_{Flüssigkeit,verdrängt} \cdot \rho_{Flüssigkeit} \cdot g \\ &= a^2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \rho_{Flüssigkeit} \cdot g = \frac{1}{2} \cdot a^3 \cdot \rho_{Flüssigkeit} \cdot g \end{aligned}$$

3. Schritt: Schwimmender Körper (Würfel) und Berechnung der Blechstärke *s*

$$\begin{aligned} F_{g\_Würfel} &= F_{Auftrieb} \\ F_{g\_Würfel} &= F_{g\_Flüssigkeit,verdrängt} \\ 6 \cdot a^2 \cdot s \cdot \rho_{St} \cdot g &= \frac{1}{2} \cdot a^3 \cdot \rho_{Flüssigkeit} \cdot g \\ s &= \frac{a \cdot \rho_{Flüssigkeit}}{2 \cdot 6 \cdot \rho_{St}} \\ &= \frac{a \cdot \rho_{Flüssigkeit}}{12 \cdot \rho_{St}} \\ &= \frac{200\,mm \cdot 1 \frac{kg}{dm^3}}{12 \cdot 7{,}85 \frac{kg}{dm^3}} = 2{,}1231...\,mm \\ &\underline{\underline{\approx 2{,}1\,mm}} \end{aligned}$$

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

Aufg. 2	*Themen:* Auftriebsberechnung
2.1	Beim Bau einer Schleuse soll ein Träger aus Baustahl (ρ = 7,85 kg/dm^3) unter Wasser gehoben werden. Die Masse des Trägers in Luft beträgt 3500 kg. Wie groß ist der scheinbare Gewichtsverlust in Wasser infolge des Auftriebs in N und in %? 

1. Schritt: Berechnung des Volumens des Trägers

$$m = V \cdot \rho$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$= \frac{3500\ kg}{7{,}85\ \frac{kg}{dm^3}} = 445{,}8598...\ dm^3$$

$$\underline{\underline{\approx 445{,}86\ dm^3}}$$

2. Schritt: Berechnung der Gewichtskraft des Trägers in Luft

$$F_g = m \cdot g$$

$$= 3500\ kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}$$

$$\underline{\underline{= 34335\ N}}$$

3. Schritt: Auftriebskraft für den Träger im Wasser
= scheinbarer Gewichtsverlust des Trägers im Wasser

$$F_{Auftieb} = F_{g\_Wasser,verdrängt}$$

$$= V_{wasser,verdränt} \cdot \rho_{Wasser} \cdot g$$

$$= V_{Träger} \cdot \rho_{Wasser} \cdot g$$

$$\approx 445{,}86\ dm^3 \cdot 1{,}025 \frac{kg}{dm^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 4483{,}2337...\ N$$

$$\underline{\underline{\approx 4483{,}2 N}}$$

4. Schritt: Gewichtsverlust des Trägers im Wasser in %

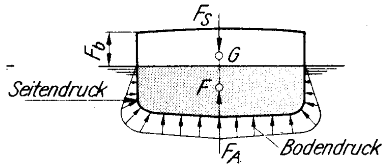
$$p = \frac{PW}{GW} \cdot 100\ \% = \frac{4483{,}2\ N}{34335\ N} \cdot 100\ \% = 13{,}0572...\ \% \approx \underline{\underline{13{,}1\ \%}}$$

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

1.3

Ein Schiff hat einen Tiefgang von 14,5 m (Seewasser).

Wie groß ist der auf den Boden des Schiffes nach oben wirkende Druck (Bodendruck)?



$$p = h_{Flüssigkeit} \cdot \rho_{Flüssigkeit} \cdot g$$

$$= 14{,}5\, m \cdot 1025 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}$$

$$= 145801{,}125 \frac{N}{m^2}$$

$$\underline{\underline{\approx 145801{,}1\, Pa}}$$

1.4

Der Boden eines Öltanks (Länge *l* = 2,5 m, Breite *b* = 2 m, Höhe *c* = 1,5 m; Dichte Öl $\rho_{Öl}$ = 0,92 kg/dm³) soll auf Dichtigkeit geprüft werden, wobei der Boden einen Druck von p_e = 5 bar standhalten muss.

Die Druckprobe wird mit Wasser (ρ_{Wasser} = 1,0 kg/dm³) vorgenommen. Wie hoch muss das Steigrohr über der Tankdecke mit Wasser gefüllt werden, damit dieser Prüfdruck erreicht wird?

(*Anmerkung:* Blechdicke bleibt unberücksichtigt.)

1. Schritt: Berechnung der Höhe der Flüssigkeitssäule aus Waser mit Bodendruck 5 bar.

$$p = h_{Flüssigkeit} \cdot \rho_{Flüssigkeit} \cdot g$$

$$h_{Flüssigkeit} = \frac{p}{\rho_{Flüssigkeit} \cdot g}$$

$$= \frac{5 \cdot 100000 \frac{N}{m^2}}{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2}} = \frac{500000 \frac{N}{m^2}}{9810 \frac{N}{m^3}} = 50{,}9683...\, m$$

$$\underline{\approx 50{,}97\, m}$$

2. Höhe der Flüssigkeit (Wasser) im Steigrohr

$$h_{Flüssigkeit\_Steigrohr} = h_{Flüssigkeit} - h_{Tank}$$

$$= 50{,}97\, m - 1{,}5\, m$$

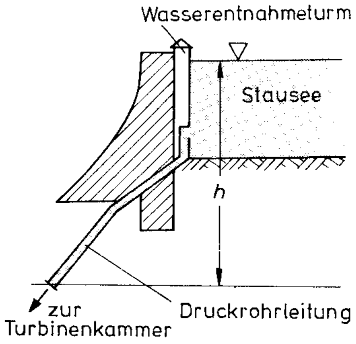
$$\underline{\underline{= 49{,}47\, m}}$$

1.2

Bei einem Stausee befindet sich der Wassereinlauf zur Turbinenkammer *h* = 150 m unter dem Wasserspiegel.

1.2.1 Wie groß ist der dort herrschende Druck?

1.2.2 Welche Kraft drückt auf den Absperrschieber, wenn der lichte Rohrdurchmesser 1200 mm beträgt?



1.2.1 Absoluter Druck in 150 m Wasserteife

$$p_{abs} = p_{amb} + h_{Flüssigkeit} \cdot \rho_{Flüssigkeit} \cdot g$$

$$= 1\,bar + 150\,m \cdot 1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$$

$$= 1\,bar + 1471500\,\frac{N}{m^2} = 1\,bar + 147{,}15\,\frac{N}{cm^2}$$

$$\approx 15{,}72\,bar$$

1.2.2 Kraft auf den Absperrschieber

$$p = \frac{F}{A}$$

$$F = p \cdot A = p_{abs} \cdot A$$

$$= p_{abs} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$= 15{,}72\,bar \cdot 10\,\frac{\frac{N}{cm^2}}{bar} \cdot \frac{(120\,cm)^2 \cdot \pi}{4}$$

$$= 1777890{,}115\,N$$

$$\approx 1{,}78\,MN$$

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☎ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

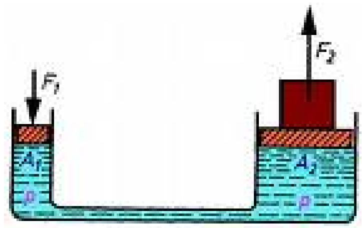
KonstruktionsmechanikerIn - Schiffbautechnik
Technische Mathematik
Übungsaufgaben

Vorbemerkung:
Versuchen Sie die Aufgaben ohne Formelbuch zu lösen.

Aufg. 1	*Themen:* Druck in Flüssigkeiten - Gleichmäßige Druckausbreitung, Schweredruck, Bodendruck, Seitendruck

1.1

Bei einer hydraulischen Presse beträgt die Kraft, die auf den Druckkolben wirkt, 200 N. Der Durchmesser des Druckkolbens beträgt 15 mm, der des Arbeitskolbens 200 mm.



1.1.1 Welche Kraft wird am Arbeitskolben erzielt?

1.1.2 Welcher Druck herrscht in der Pressflüssigkeit?

1.1.1 Kraft im Arbeitskolben

$$p_2 = p_1$$

$$\frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1}$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot A_2}{A_1} = F_1 \cdot \frac{\frac{d_2^2 \cdot \pi}{4}}{\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4}} = F_1 \cdot \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

$$= F_1 \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

$$= 200\ N \cdot \frac{200\ mm}{15\ mm} = 2666,\overline{6}\ N$$

$$\underline{\underline{\approx 2667\ N}}$$

1.1.2 Druck in der Flüssigkeit

$$p_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_1}{\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4}}$$

$$= \frac{F_1 \cdot 4}{d_1^2 \cdot \pi}$$

$$= \frac{200\ N \cdot 4}{(20\ cm)^2 \cdot \pi} = 0{,}6366 \ldots \frac{N}{cm^2}$$

$$\underline{\underline{\approx 0{,}064\ bar}}$$