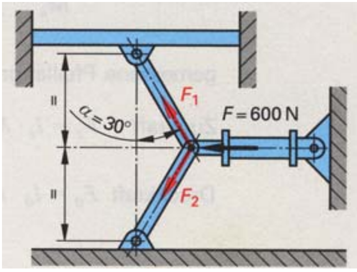
Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

Technische Mathematik für Metallberufe

3.5 Kräfte an Bauelementen

Technische Mathematik für Metallberufe – Lehr- und Übungsbuch; Haan-Gruiten: Verlag Europa-Lehrmittel; 2005, 4. Aufl., ISBN 3-8085-1174-5

S. 76, Aufg. 7



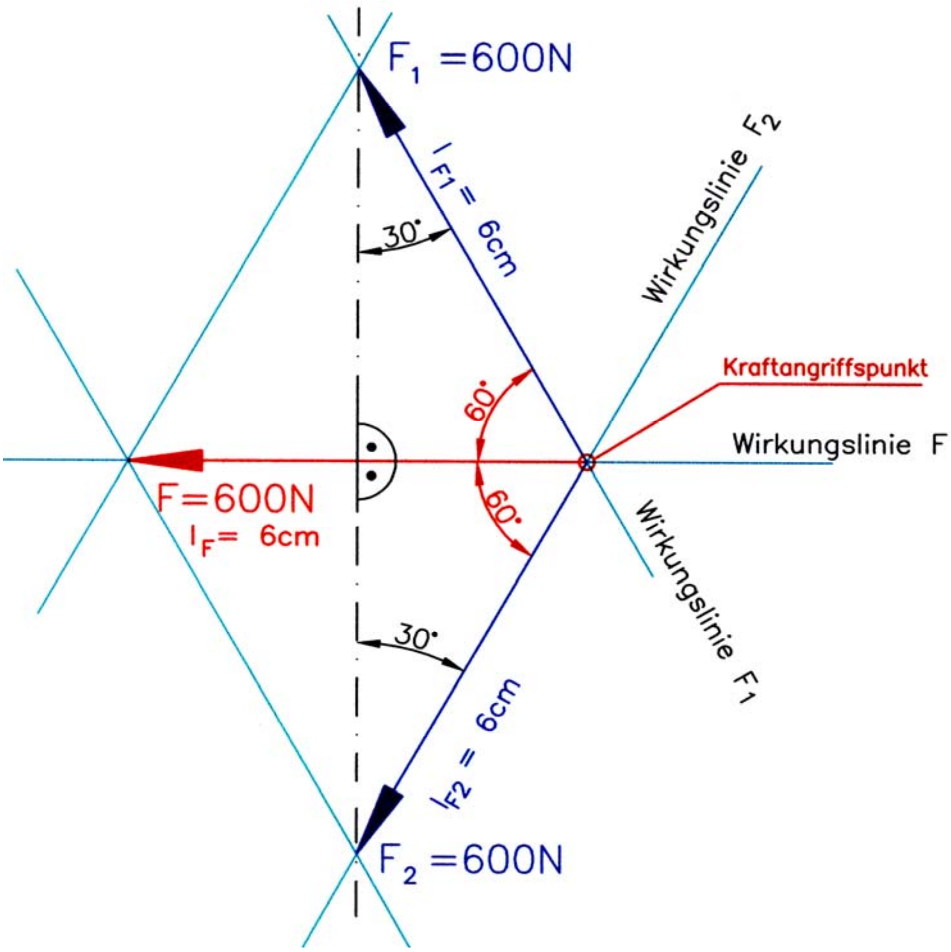
Ein Tisch wird durch einen Hydraulikzylinder mit einer Kraft von 600 N angehoben. Welche Kräfte F_1 und F_2 wirken in den Gelenkstäben?

Ermitteln Sie die Kräfte zeichnerisch und rechnerisch.

Gewählter Kräftemaßstab: $M_K \triangleq 10$ N/cm

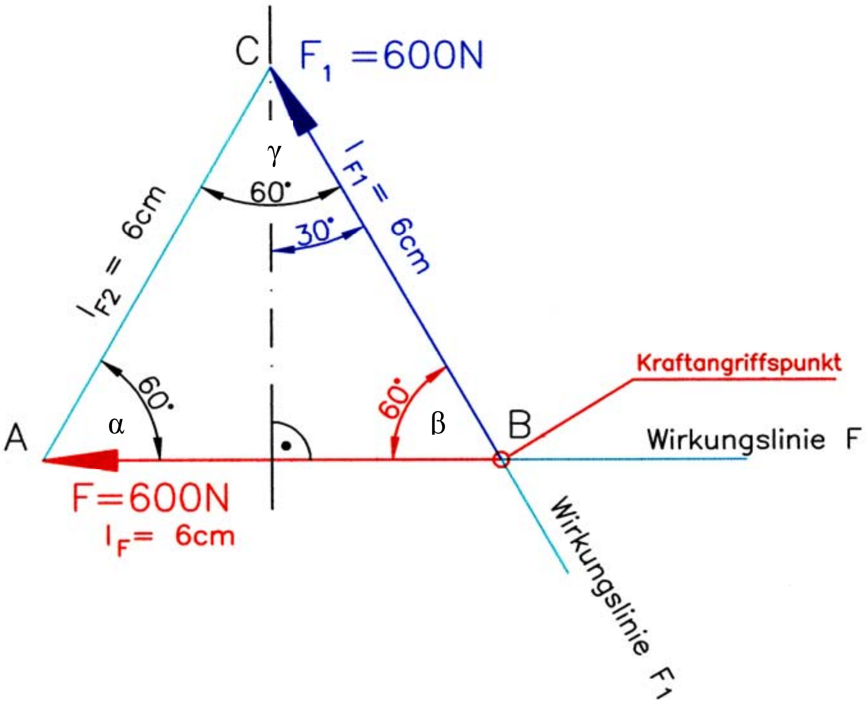
a) Zeichnerische Lösung:

Schritt 1: Richtung der Wirkungslinie für F (horizontal) zeichnen und Kraftangriffspunkt festlegen
Schritt 2: Richtung der Wirkungslinien für F_1 und F_2 durch den Kraftangriffspunkt im Winkel von +/- 60° (180° - 90° - 30°) zur Wirkungslinie von F zeichnen
Schritt 3: Länge des Kraftpfeils für F vom Kraftangriffspunkt abtragen (l_F = 6 cm)
Schritt 4: Parallelogramm konstruieren (jeweils eine Parallele zu den Wirkungslinien von F_1 und F_2 durch die Pfeilspitze von F)
Schritt 5: Pfeillänge für F_1 und F_2 einzeichnen. Längen ausmessen. Kräfte berechnen.



Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☎ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

b) Rechnerische Lösung



Vorbemerkung:
Betrachtet man das Parallelogramm der zeichnerischen Lösung, erkennt man, dass aufgrund der Vorgabe der Richtungen der Wirkungslinien alle 4 Seiten gleich lang sind, d. h. unser Parallelogramm ist eine Rhombus (Raute – verschobenes Quadrat). Dieses lässt sich in 2 Dreiecke einteilen (s. Bild oben). Das Dreieck ΔABC ist ein gleichseitiges Dreieck. Alle Innenwinkel sind gleich groß (60°).

Mit dem Sinussatz erhalten wir für F_1:

$a = l_{F1} \triangleq F_1$
$c = l_F \triangleq F = 600$ N

$$\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F}{\sin\gamma}$$

$$F_1 = \frac{F\cdot\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{F\cdot\sin 60°}{\sin 60°} = F$$

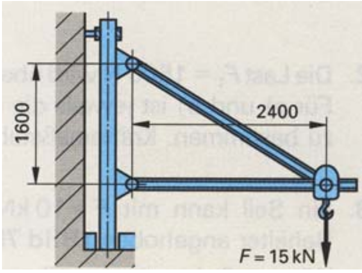
$$F_1 = 600N$$

Da $l_{F2} = l_{F1}$ folgt $F_2 = F = 600$ N.

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

Technische Mathematik für Metallberufe – Lehr- und Übungsbuch; Haan-Gruiten: Verlag Europa-Lehrmittel; 2005, 4. Aufl., ISBN 3-8085-1174-5

S. 76, Aufg. 9



Der Schwenkkran hebt eine Last von F = 15 kN. Wie groß sind in die Kräfte in den Druck- und Zugstab?

Ermitteln Sie die Kräfte zeichnerisch und rechnerisch.

Gewählter Kräftemaßstab: $M_K \triangleq 3$ kN/cm
Gewählter Längenmaßstab: M_L 1 : 40

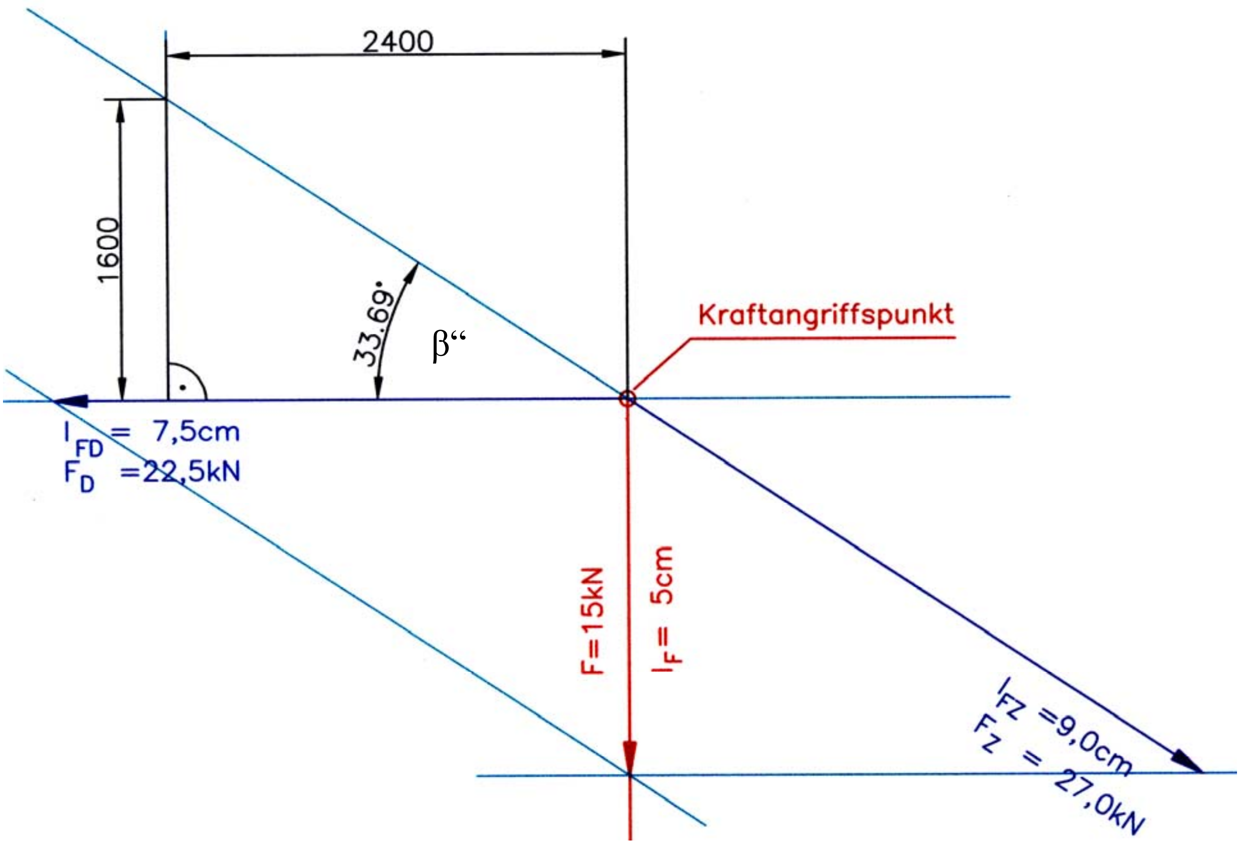
a) Zeichnerische Lösung

Vorbemerkung:

Aus den geometrischen Daten des rechtwinkligen Dreiecks[1] für den Schwenkkran (senkrechte Kathete = 1600 mm, waagerechte Kathete = 2400 mm) erhalten wir den Verlauf der Wirkungslinie für die Kräfte, in welche die Kraft ***F*** zerlegt wird. Mit Hilfe der Tangensfunktion kann der Winkel zwischen Zug- und Druckstab auch berechnet werden.

$$\beta'' = \arctan\frac{GK}{AK} = \arctan\frac{1600mm}{2400mm} = \arctan\frac{2}{3} = 33{,}690067...° \approx 33{,}6901°$$

Lösung (Lösungsschritte s. folgende Seite):



[1] Da keine weiteren Maße angegeben sind, gehen wir davon aus, dass die beiden bemaßten Längen rechtwinklig zueinander stehen.

Uwe Rath
Eckleinjarten 13a . 27580 Bremerhaven
☏ 0471 34126 ✉ rath-u@t-online.de

Lösungsschritte:

Schritt 1 Rechtwinkliges Dreieck mit den geometrischen Daten des Schwenkkrans im Maßstab M 1:40 zeichnen.

Schritt 2 Kraftangriffspunkt kennzeichnen

Schritt 3 Kraftpfeil für die Kraft F = 15 kN (lotrecht nach unten vom Kraftangriffspunkt) einzeichnen. Länge des Kraftpfeils: 5 cm

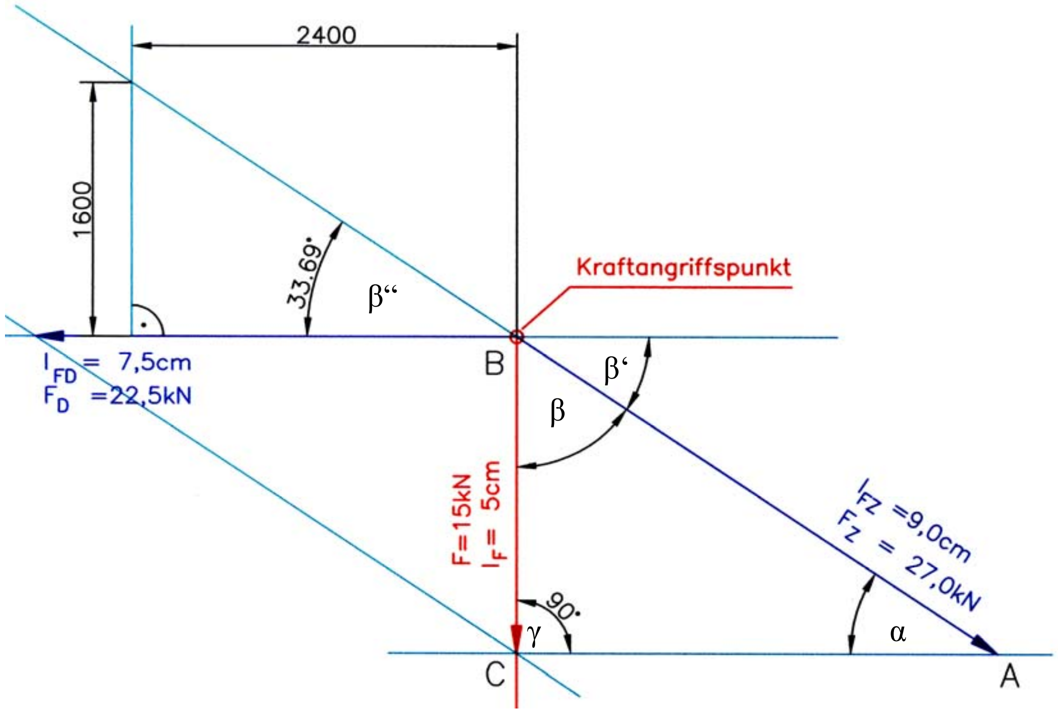
Schritt 4 Wirkungslinie für die in den Druck- bzw. Zugstab wirkenden Kräfte verlängern

Schritt 5 Palallelen zu den Wirkungslinien der Druck- und Zugkraft durch die Pfeilspitze der Kraft F zeichnen (Parallelogramm vervollständigen)

Schritt 6 Längen der Parallelogrammseiten für die Druck- und Zugkraft messen.

Schritt 6 Zug- und Druckkraft berechnen

b) Rechnerische Lösung



In dem Kräfteparallelogramm der zeichnerischen Lösung erhalten wir das rechtwinklige Dreieck ΔACB. Mit Hilfe der geometrischen Längen 1600 mm und 2400 mm lässt sich der Winkel ß berechnen: $\beta = 90° - \beta' = 90° - \beta'' = 90° - \arctan\frac{1600mm}{2400mm} = 90° - \arctan\frac{2}{3}$.

Berechnung F_Z:

$$\cos\beta = \frac{F}{F_Z}$$

$$F_Z = \frac{F}{\cos\beta} = \frac{F}{\cos\left(90° - \arctan\frac{2}{3}\right)}$$

$$= 27{,}0416...\,kN$$

$$\approx 27{,}04\,kN$$

Berechnung F_D:

$$\tan\beta = \frac{F_D}{F}$$

$$F_D = F\cdot\tan\beta = F\cdot\tan\left(90° - \arctan\frac{2}{3}\right)$$

$$= 15kN\cdot\tan\frac{2}{3}$$

$$= 22{,}5\,kN$$